

آموزش جامع ریاضی پایه هفتم

دوره اول متوسطه

درسنامه جامع و قابل فهم



مثال‌های آموزشی گام به گام



تمرین‌های طبقه‌بندی‌شده
از آسان تا پیشرفته



مؤلف: هادی بدل زاده



آموزش جامع ریاضی



پایه هفتم

“

یادگیری ریاضی یک مسیر است، نه یک مقصد

”

$$a^2 + b^2 = c^2$$



مؤلف

هادی بدل زاده



کانال آموزشی

«پیچ و خم ریاضی»

$$(x+y)^2$$

تمامی حقوق این اثر برای مؤلف محفوظ است.

لطفاً از تکثیر و انتشار غیرمجاز این کتاب خودداری کنید.





فهرست مطالب



فصل ۱



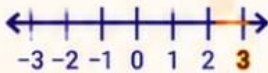
۵ راهبرد های حل مسئله

فصل ۲

عدد های صحیح

۲۵

۲۶ درس اول : معرفی عدد های علامت دار



۳۵ درس دوم : جمع و تقریق عدد های صحیح (۱)

۳۵ درس سوم : جمع و تقریق عدد های صحیح (۲)

۴۱ درس چهارم : ضرب و تقسیم عدد های صحیح

فصل ۳

جبر و معادله

۴۵



۴۶ درس اول : الگو های عددی

۵۱ درس دوم : عبارت های جبری

۵۶ درس سوم : مقدار عددی یک عبارت جبری

۵۹ درس چهارم : معادله

فصل ۴

هندسه و استدلال

۶۵

۶۶ درس اول : روابط بین پاره خط ها

۷۳ درس دوم : روابط بین زاویه ها

۸۰ درس سوم : تبدیلات هندسی (انتقال ، تقارن ، دوران)

۸۳ درس چهارم : شکل های مسلوی (همنهشت)





فصل

۵

شمارنده ها و اعداد اول



- ۸۶ درس اول : عدد اول
- ۸۷ درس دوم : شمارنده اول
- ۹۳ درس سوم : بزرگترین شمارنده مشترک
- ۹۵ درس چهارم : کوچکترین مضرب مشترک
- ۹۸

فصل

۶

سطح و حجم



- ۱۰۳ درس اول : حجم های هندسی
- ۱۰۴ درس دوم : محاسبه حجم های منشوری
- ۱۱۰ درس سوم : مساحت جانبی و کل
- ۱۱۵ درس چهارم : حجم و سطح
- ۱۲۰

فصل

۷

توان و جذر



- ۱۲۲ درس اول : تعریف توان
- ۱۲۳ درس دوم : محاسبه عبارت توان دار
- ۱۲۶ درس سوم : ساده کردن عبارت های توان دار
- ۱۲۷ درس چهارم : جذر و ریشه
- ۱۲۹

فصل

۸

بردار و مختصات



- ۱۳۳ درس اول : پاره خط جهت دار
- ۱۳۴ درس دوم : بردار های مساوی و قرینه
- ۱۳۴ درس سوم : مختصات
- ۱۳۷ درس چهارم : بردار انتقال
- ۱۴۰

فصل

۹

آمار و احتمال



- ۱۴۴ درس اول : جمع آوری و نمایش داده ها
- ۱۴۵ درس دوم : نمودار ها و تفسیر نتیجه ها
- ۱۴۶ درس سوم : احتمال یا اندازه گیری شانس
- ۱۵۱ درس چهارم : احتمال و تجربه
- ۱۵۱



جبر ومعادله



$$3, 6, 9, 12, \dots$$

+3 +3 +3

درس‌های فصل

۴



معادله

۳



$$x = 4$$

$$2x + 5 = 13$$

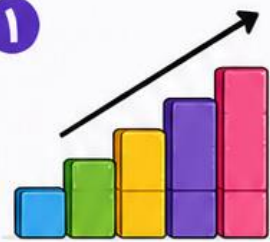
مقدار عددی یک
عبارت جبری

۲

$$x + 3$$

عبارت‌های جبری

۱



الگوهای عددی



این فصل درباره چیست؟

در این فصل با زبان جبر آشنا می‌شویم و یاد می‌گیریم چگونه الگوهای عددی را کشف کنیم. عبارت‌های جبری بنویسیم و معادله‌های ساده را حل کنیم.

پیش‌نیازهای لازم

فصل ۱ پایه پنجم:
عددنویسی و الگوها



فصل ۱ پایه ششم:
عدد و الگوهای عددی



فصل ۲ پایه هفتم:
عدهای صحیح



اهداف یادگیری

- ✓ تشخیص و ادامه دادن الگوهای عددی
- ✓ آشنایی با مفهوم متغیر و عبارت جبری
- ✓ محاسبه مقدار عددی عبارت‌های جبری
- ✓ آشنایی با مفهوم معادله
- ✓ حل معادله‌های ساده یک مجهولی
- ✓ تقویت تفکر منطقی و استدلال ریاضی



کاربرد در زندگی واقعی

محاسبه تخفیف‌ها
و قیمت کالاها



بررسی سود و زیان
در امور مالی



طراحی و مهندسی
در ساخت و ساز



برنامه‌نویسی و حل
مسائل کامپیوتری

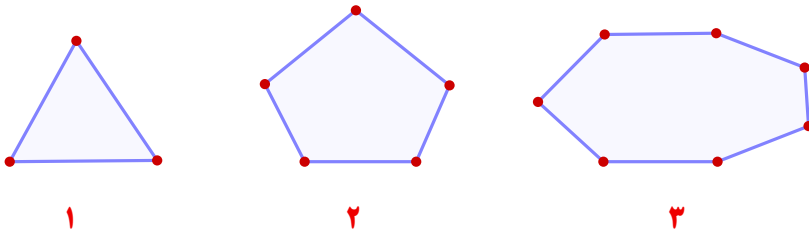


جبر به ما کمک می‌کند روابط بین عددها را به صورت کلی بیان کنیم
و مسائل مجهول را به روش منطقی و منظم حل کنیم.





مثال در شکل های زیر رابطه بین تعداد رأس های هر شکل و شماره شکل را بیابید.



* معرفی فصل

در این فصل می خواهیم با استفاده از مبحث جبر در ریاضی ، رابطه ها را به صورت جبری ، یعنی تماماً ریاضی بنویسیم.

* متغیر

در جبر به نماد هایی که برای بیان عدد های نامعلوم یا مقدار های نامشخص به کار برده می شود ، **متغیر** می گویند که معمولاً از **حروف کوچک انگلیسی** که نشان دهنده عددی هستند که تغییر می کند ، استفاده می کنیم.

* ضرب عددی یا ضرب

به **عددی** که در یک متغیر یا در حاصل ضرب چند متغیر **ضرب** می شود ، **ضرب عددی** یا به طور خلاصه **ضرب** می گویند.

مثال مثلث متساوی الاضلاعی را در نظر بگیرید. محیط مثلث را در هر یک از حالت های زیر به دست آورید.

اندازه ضلع مثلث	۳	۵.۵	$2\frac{1}{3}$	b
محیط مثلث				

نکته: در جبر برای جلوگیری از اشتباه شدن علامت ضرب $\times$ با حرف انگلیسی کوچک x ، معمولاً به جای ضرب $\times$ از نماد نقطه $\cdot$ یا پرانتز $()$ استفاده می کنیم و یا از نوشتن علامت ضرب صرف نظر می کنیم.

مثال

$$۱) ۳ \times b = ۳ \cdot b = (۳)b = ۳(b) = (۳)(b) = ۳b$$

$$۲) x \times y = x \cdot y = (x)y = x(y) = (x)(y) = xy$$

مثال در هر عبارت جبری زیر ، ضریب عددی و متغییر را مشخص کنید.

(۲) mn

(۱) $-5x$

(۴) $-\frac{xyz}{3}$

(۳) $\frac{b}{4}$

(۶) $\frac{2}{5}k$

(۵) $0.4p$

* کاربرد های جبر

(۱) نوشتن جمله n ام (جمله عمومی) الگو های عددی

الگو های عددی شامل **یک سری اعداد** هستند که پشت سر هم نوشته می شوند ، به طوریکه تغییرات بین آن ها از **نظم و قاعده** خاصی (مشخصی) پیروی می کند. مانند : $2, 5, 8, 11, \dots$

جمله n ام یا جمله عمومی یک الگوی عددی همان **رابطه موجود** در آن اعداد است که می خواهیم به صورت جبری (ریاضی) بنویسیم. در نوشتن جمله n ام یک الگوی عددی ، سه حالت مختلف وجود دارد :

الف) حالت اول : گاهی اوقات در یک الگوی عددی ، اعداد به طور منظم اضافه یا کم می شوند ، به عبارت دیگر فاصله بین اعداد جملات ، ثابت است. در این حالت برای نوشتن جمله n ام مراحل زیر را طی می کنیم :

(۱) پیدا کردن مقدار ثابت فاصله ی بین اعداد

(۲) این مقدار ثابت را به عنوان ضریب عددی یک متغیر مانند x ، n و ... قرار می دهیم.

(۳) شماره شکل یا شماره جمله مورد نظر را به جای متغیر قرار می دهیم و حاصل را با عدد مربوط به آن شکل یا جمله مقایسه می کنیم و اختلاف اعداد را پس از پیدا کردن همراه با علامت آن در کنار متغییر و ضریب می نویسیم.

مثال جمله n ام الگو های عددی زیر را بدست آورید.

۱) $2, 4, 6, 8, 10, \dots$

۲) $3, 7, 11, 15, 19, \dots$

۳) $6, 11, 16, 21, \dots$

۴) $13, 10, 7, 4, \dots$

تمرین جمله n ام الگو های عددی زیر را بدست آورید.

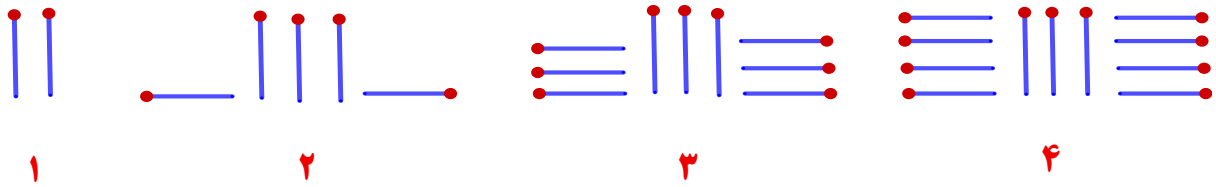
۱) $3, 6, 9, 12, \dots$

۲) $-4, -2, 0, 2, 4, \dots$

۳) $19, 13, 7, 1, -5, \dots$

۴) $2, 12, 22, 32, \dots$

مثال جمله n ام و جمله ۲۲ ام الگوی هندسی زیر را پیدا کنید.



(ب) حالت دوم: گاهی اوقات در یک الگوی عددی ، اعداد به طور منظم اضافه یا کم نمی شوند. در چنین مواقعی باید با استفاده از این که هر شماره ای (یا هر جمله ای) چه تغییری کرده است ، الگوی مناسب را پیدا کرد.

مثال جمله n ام (جمله عمومی) الگوی های عددی زیر را بدست آورید.

۱) $1, 4, 9, 16, 25, \dots$

۲) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

(ب) حالت سوم: بعضی از الگو های عددی ، ترکیبی از حالت اول و دوم می باشند. در این مواقع هر قسمت آن را به روشی که گفتیم حل می کنیم.

مثال جمله n ام (جمله عمومی) الگوی های عددی زیر را بدست آورید.

۱) $\frac{1}{5}, \frac{3}{9}, \frac{5}{13}, \frac{7}{17}, \dots$

۲) $3, 6, 11, 18, \dots$

* کاربرد های جبر

۲) نوشتن فرمول محاسبه مساحت ، محیط و حجم اشکال هندسی به صورت جبری

برای این کار ابتدا فرمول محیط یا مساحت یا حجم یک شکل را به صورت فارسی می نویسیم. سپس هر قسمت فرمول را (مثل طول ، عرض ، ضلع ، ارتفاع ، شعاع و...) با یک متغیر نشان می دهیم.

مثال فرمول محاسبه مساحت و محیط مستطیل ، مربع ، دایره ، مثلث متساوی الاضلاع و حجم مکعب مستطیل را بدست آورید.

* کاربرد های جبر

۳) نوشتن جمله عمومی مسئله ها

برای تبدیل مسائل ریاضی به صورت یک عبارت جبری ، خواسته مسئله را با یک متغیر نشان می دهیم.

مثال یاسمین می خواهد جشن تولد خود را در یک کافی شاپ برگزار کند. ورودی کافی شاپ ۳۰۰ هزار تومان می باشد و به ازای هر مهمان ۲۰ هزار تومان هزینه گرفته می شود.

الف) هزینه یاسمین برای m مهمان را به صورت جبری بنویسید.

ب) اگر یاسمین ۱۲ مهمان داشته باشد ، کل هزینه چقدر می شود؟

تمرین هزینه ورودی یک شهربازی ۵۰۰۰ تومان است و هزینه استفاده هر وسیله بازی نیز ۲۰۰۰ تومان است.

الف) هزینه این شهربازی را به صورت عبارت جبری برای a وسیله بازی بنویسید.

ب) اگر بچه ای ۶ وسیله را بازی کند ، کل هزینه اش چقدر می شود؟

۴) نوشتن قاعده ها و قوانین ریاضی به صورت جبری

مثال) هر یک از قوانین ریاضی زیر را به صورت جبری بنویسید.

الف) حاصل ضرب هر عدد در یک برابر با خود آن عدد است.

ب) حاصل ضرب هر عدد در صفر برابر با صفر است.

پ) خاصیت جابجایی در جمع

ت) خاصیت جابجایی در ضرب

ث) حاصل جمع هر عدد با صفر برابر با همان عدد است.

ج) حاصل تقسیم صفر بر هر عدد غیر صفر ، برابر با عدد صفر می باشد.

چ) حاصل تقسیم هر عدد بر یک ، برابر با خود آن عدد می باشد.



* عبارت جبری

یک عبارت جبری شامل یک یا چند عدد، متغیر، به همراه یک یا چند عمل ریاضی (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم) است.

مثال هر یک موارد زیر یک عبارت جبری می باشد.

$$۵, \frac{n}{۳}, -yz + k, ۲n, \frac{۲}{۳}b - ۱, ۲۰a + ۳$$

* یک جمله جبری یا یک جمله ای

هر جمله جبری از دو قسمت تشکیل شده است:

الف) قسمت حرفی که شامل متغیرها می باشد.

ب) قسمت عددی که به آن ضریب عددی یا ضریب می گویند.

مثال هر یک از موارد زیر یک جمله جبری می باشند.

$$-bc, ۱۰, -۱۳, \frac{x}{۴}, ۸xyz, ۵a, ۷x$$

نکته: تا زمانی که بین متغیرها و اعداد، علامت ضرب باشد، به آن یک جمله جبری می گویند.

نکته: عدد ها به تنهایی و بدون حروف و متغیر نیز یک جمله جبری به حساب می آیند که به آن ها جمله ثابت گفته می شود.

نکته: یک عبارت جبری از کنار هم قرار گرفتن چندین تک جمله ای ها، تشکیل می شود که توسط علامت های جمع + و تفریق - جملات از یکدیگر جدا می شوند. به یاد داشته باشید که علامت های ضرب × و تقسیم ÷ جمله ها را از هم جدا نمی کند و یک جمله جبری به حساب می آید.

مثال هر یک از موارد زیر یک عبارت جبری می باشند.

$$۱) -ab + ۳x + ۴$$

(سه جمله ای)

$$۲) -1 \cdot t - \frac{x}{۳} + b \times p$$

(سه جمله ای)

$$۳) -\frac{۴}{۳}p - ap + ۱۳q - ۱۴ + ۱۱$$

(پنج جمله ای)

$$۴) -\frac{xy}{۵} + ۸ - ab + ۳ \cdot ab$$

(چهار جمله ای)

* جملات جبری متشابه

جمله های متشابه ، جمله هایی هستند که قسمت حرفی یعنی متغیر آن ها ، کاملاً مانند هم است. (ضریب عددی مهم نیست)

مثال در هر یک از موارد زیر جملات جبری ، متشابه هستند.

۱) $5b$, $-3b$, $\frac{1}{4}b$, $1\frac{1}{5}b$

۲) $-4yz$, yz , $1 \cdot yz$, $2zy$, $0.3zy$, $\frac{2zy}{7}$

* جملات جبری نامتشابه

جمله های نامتشابه ، جمله هایی هستند که قسمت حرفی یعنی متغیر آن ها ، با هم متفاوت است. (ضریب عددی باز مهم نیست)

مثال در هر یک از موارد زیر جملات جبری ، نامتشابه هستند.

۱) $3a$, $1 \cdot b$ ۲) $-\frac{8}{3}x$, $-\frac{8}{3}t$ ۳) $3xy$, $4xz$

نکته : جمله هایی که قسمت حرفی یا همان متغیر ندارند (جمله های ثابت) ، با هم متشابه هستند.

مثال جمله های ثابت زیر با هم متشابه هستند.

3 , $\frac{2}{5}$, -7 , 0.4

نکته : اگر یک جمله جبری علامتی نداشته باشد ، علامت آن مثبت است. مانند : $5n = +5n$

نکته : اگر یک جمله جبری ، ضریب نداشته باشد ، می توان عدد یک را برایش به عنوان ضریب نوشت که معمولاً ضریب یک نوشته نمی شود.

مانند : $pa = 1pa$, $-k = -1k$

* ساده کردن عبارت های جبری

در یک عبارت جبری فقط می توان جمله های متشابه را با هم جمع یا تفریق کرد. برای ساده کردن یک عبارت جبری ، پس از مشخص کردن جمله های متشابه ، ضریب های عددی آن ها را با هم جمع می کنیم و متغیر آن ها را در کنار ضریب بدست آمده قرار می دهیم.

نکته : اگر در یک عبارت جبری جمله یا جمله هایی وجود داشت که جمله های متشابه با آنها در عبارت جبری وجود نداشت ، آن جملات را به همان شکل در پاسخ می نویسیم.

مثال عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

۱) $7k + 4k =$

۲) $a - 6a =$

۳) $-6d + 4d - 3d =$

۴) $4ab - 7ba + 3b + b =$

۵) $5d + 3k - 4t + 1 + k - 3d =$

تمرین عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

۱) $-5x + 2x =$

۲) $-7x + 4y - 3x + 2y =$

۳) $7x - 3 - 2x - 5 + 6y =$

۴) $1 \cdot m - 9n + 7m - 4p + 9n =$

۵) $\frac{2}{3}b + \frac{b}{3} =$

* ضرب یک عدد در یک جمله جبری

اگر عددی در یک جمله جبری ضرب شود ، عدد در ضریب عددی آن جمله ضرب شده و متغیر یا قسمت حرفی جمله تغییری نمی کند و به همان صورت کنار عدد بدست آمده نوشته می شود.

مثال حاصل عبارت های جبری زیر بدست آورید.

۱) $7(4x) =$

۲) $-5(-2a) =$

۳) $-6(2xyz) =$

۴) $\frac{2}{5}(\frac{1}{6}mn) =$

۵) $-16(3pt) =$

۶) $-1 \cdot (\frac{2}{5}px) =$

* ضرب یک عدد در یک عبارت جبری

اگر عددی در یک عبارت جبری ضرب شود ، باید آن عدد را در تک تک جمله های آن عبارت جبری (جملات داخل پرانتز) ضرب کنیم و سپس در صورت امکان ، پاسخ بدست آمده را ساده کنیم.

مثال حاصل عبارت های جبری زیر بدست آورید.

۱) $2(x - 4y) =$

۲) $-3(3a + 2b - 4) =$

نکته : هنگام ضرب یک عدد در یک عبارت جبری ، آن عدد که پشت پرانتز قرار دارد ، فقط به جملات داخل پرانتز ضرب می شود و به دیگر جملات قبل و بعد از پرانتز ، ضرب نمی شود.

$$۱) -5a + 4(3a - 2b) + 5c =$$

$$۲) 2(c - 6d) + 3(2c + 4d) - 18c =$$

نکته: هنگام ضرب یک عدد در یک عبارت جبری، اگر پشت پرانتز تنها علامت منفی - نوشته شده باشد، آن منفی به معنای ۱- است که در جمله های داخل پرانتز ضرب می شود.

مثال حاصل عبارت های جبری زیر بدست آورید.

$$۱) -(3m - 4n - 6) =$$

$$۲) 3m + 7n - (-2m + 6n) =$$

نکته: اگر در یک عبارت جبری، جمله های متشابه وجود نداشت، آن عبارت جبری قابل ساده شدن نیست.

مثال عبارت های جبری زیر قابل ساده شدن نیستند.

$$۱) 5y - 2x$$

$$۲) 4k + 2t - 3$$

$$۳) 3m + 3n + 3$$

تمرین عبارت های جبری زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$۱) 4a - 3b - 5a + 5b =$$

$$۲) 5a - 2b + 1 - 2a + 1 \cdot b =$$

$$۳) 3x - 5y - 2x + 5 =$$

$$۴) 2x - 5y + 3x - 4y =$$

$$۵) -2x + 5y - 3x + 7x =$$

$$۶) 7x - 2y + 5x - 1 \cdot x =$$

$$۷) 3(2x - 5y) =$$

$$۸) -6(-2x + 3y) =$$

$$۹) -(3x - 2y + 5z) =$$

$$۱۰) 5(2a - 3b - 4) =$$

$$۱۱) 5(-3a + 2b) - 2a - 8b =$$

$$۱۲) -5x - 5y + 3(2x + 3y) =$$

$$۱۳) 4a - 5b - (2a + 1 \cdot b) =$$

$$۱۴) 3(2x - 4y) - 2(x + 3y) =$$

$$۱۵) 3(a + b - 2c) + 2(-2a + 2b + c) =$$

$$۱۶) \frac{x}{9} + 4x =$$

$$۱۷) \frac{n}{2} - \frac{n}{3} =$$

$$۱۸) 2(ab - 5b) - 3(2ab - b) =$$

$$۱۹) k - (k - 3t) - 6t =$$

$$۲۰) 2k + 5t - 3 =$$

$$۲۱) 6(m - n) + (n - m)3 =$$

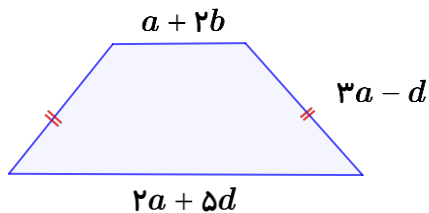
$$۲۲) - ۳(a - ۴b - ۷) + ۶a + ۳b - ۴c =$$

$$۲۳) ۲(-۶b - ۲t) + ۴(-۹b + ۵t) =$$

$$۲۴) - ۷d - ۳(۱ \cdot p - ۵d) - ۱۱p =$$

تمرین یک عبارت جبری شامل چهار جمله بنویسید که قابل ساده شدن نباشد.

تمرین محیط شکل مقابل را به صورت جبری بنویسید.



* کاربرد های جبر

۵) نوشتن عبارت های کلامی به صورت جبری و برعکس

به کمک اعداد و متغیر ، با استفاده از قوانینی که تاکنون یاد گرفته ایم ، می توانیم عبارت های کلامی را به عبارت جبری و برعکس تبدیل کنیم.

مثال عبارت های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری بنویسید.

۱) هشت برابر عدد ۲) شش واحد بیشتر از سه برابر یک عدد

۳) نه تا بیشتر از نصف یک عدد ۴) دو برابر ، پنج واحد کمتر از ربع عددی

تمرین عبارت های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری بنویسید.

۱) سه واحد کمتر از پنج برابر یک عدد ۲) مجموع نصف عددی با ثلث همان عدد

۳) چهار واحد کمتر از قرینه عددی ۴) هفت واحد بیشتر از حاصل تقسیم عددی بر پنج

۵) یک واحد کمتر از سه چهارم عددی

مثال عبارت های جبری زیر را به صورت کلامی بنویسید.

۱) $۵x - ۹$ ۲) $۸a + ۵b$

۳) $-۸x + ۶$ ۴) $\frac{m}{۴} - ۱$

تمرین عبارت های جبری زیر را به صورت کلامی بنویسید.

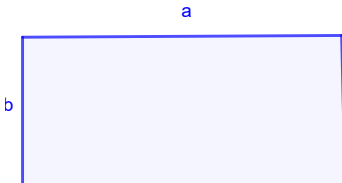
۱) $-۱ \cdot p$ ۲) $x - ۴$

۳) $۳(۲x - ۴)$ ۴) $-۲x + ۳x$



مثال در الگوی عددی $۳, ۶, ۹, ۱۲, \dots$ مقدار جمله چهارم و هفدهم چقدر است؟

مثال محیط و مساحت مستطیل مقابل را به صورت جبری بدست آورید. سپس محیط محیط و مساحت را به ازای مقادیر $a = ۵$ و $b = ۳$ بدست آورید.



مثال جدول زیر را کامل کرده و مقدار عددی هر عبارت را به ازای عدد های داده شده به دست آورید.

n	۱	۵	.	-۳	-۶
$-۲n + ۳$					

* مقدار عددی یک عبارت جبری

در هر عبارت جبری، اگر به جای متغیر های آن، عدد یا عدد های معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت جبری بدست می آید.

نکته: برای محاسبه مقدار عددی یک عبارت جبری داده شده، ابتدا آن عبارت جبری را تا حد امکان ساده می کنیم، تا جایی که دیگر قابل ساده کردن نباشد. سپس در هر جمله جبری آن، به جای متغیر یا متغیر ها، مقدار داده شده را قرار می دهیم. البته بهتر است عدد داده شده به جای متغیر را، داخل پرانتز قرار دهیم. نکته دیگر اینکه در محاسبات، به اولویت های ریاضی و از سمت چپ بودن آن توجه شود.

مثال مقدار عددی عبارت های جبری زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

۱) $۳m.m - ۶n$, $(m = -۲, n = \frac{1}{۲})$

۲) $۳(۲x - ۴y + ۲) + ۲(x - ۲y + ۱)$, $(x = -۱, y = ۲)$

۳) $\frac{c + ۴}{۵ + ۲c}$, $(c = -۳)$

۴) $\frac{۳m - ۲n}{-۵mn}$, $(m = ۱, n = -۲)$

۵) $-۲(۳k - t) + ۴k - ۳t$, $(k = ۵ , t = -۲)$

۶) $\frac{۳m - ۲n}{-۵mn}$, $(m = ۱ , n = -۲)$

تمرین مقدار عددی عبارت های جبری زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

۱) $\frac{\frac{۳}{۵}a - ۶}{۲b + ۱}$, $(a = ۱۰ , b = ۴)$

۲) $۳xy - y.y$, $(x = ۳ , y = -۲)$

۳) $۳(x + y - ۱) - (۳x - ۲y + ۱)$, $(x = -۴ , y = -۳)$

۴) $۳(a - ۲b) + ۲(-۲a - b)$, $(a = -۲ , b = ۳)$

۵) $\frac{۵a + ۱}{۲a - ۱}$, $(a = ۴)$

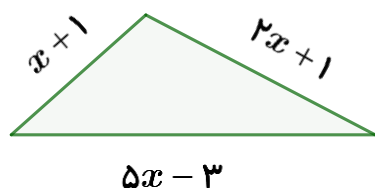
۶) $۲a - b - ab$, $(a = ۳ , b = ۵)$

۷) $۵x + (y - ۱)(y - ۲)$, $(x = -۱ , y = ۳)$

۸) $۲(۳x - ۲y) + ۳(x - y)$, $(x = -۱ , y = ۴)$

مثال در عبارت جبری زیر ، اعداد طبیعی را به جای متغیر های s و t قرار دهید ، به طوریکه تساوی برقرار باشد.

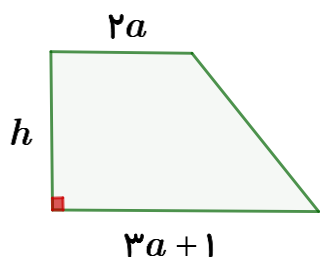
$$s + ۲t = ۴۰$$



مثال مثلث مقابل را در نظر بگیرید.

الف محیط آن را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب اگر $x = ۲$ باشد ، مقدار عددی محیط مثلث را بدست آورید.



تمرین دوزنقه مقابل را در نظر بگیرید.

الف مساحت آن را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب اگر $a = ۱$ و $h = ۴$ باشد ، مقدار عددی مساحت دوزنقه را بدست آورید.

تمرین در عبارت جبری زیر ، اعداد صحیح را به جای متغیر های a و b قرار دهید ، به طوریکه تساوی برقرار باشد.

$$3a + b = -16$$

تمرین جدول زیر را کامل کرده و مقدار عددی هر عبارت را به ازای عدد های داده شده به دست آورید.

n	-4	0	2	5	-5	1	3
$-6n - 8$							

مثال هزینه ورودی یک شهر بازی 5000 تومان است و هزینه استفاده هر وسیله بازی نیز 2000 تومان است.

الف هزینه این شهر بازی را به صورت عبارت جبری برای n وسیله بازی بنویسید.

ب اگر بچه ای 4 وسیله را بازی کند ، کل هزینه اش چقدر می شود؟

تمرین در یک کارگاه ساختمانی روزانه m کیسه سیمان به قیمت هر کیسه 20000 تومان و n کیسه گچ به قیمت هر کیسه 15000 تومان استفاده می شود.

الف هزینه سیمان و گچ روزانه این کارگاه را با یک عبارت جبری نشان دهید.

ب اگر امروز 9 کیسه سیمان و 7 کیسه گچ مصرف شده باشد ، هزینه امروز چقدر است؟



* تساوی جبری

در دوره ابتدایی گاهی با عبارت هایی مانند : $۵۴ = ۶ \times \bigcirc$ یا $۱۸ = ۲ \times (\bigcirc + ۳)$ برخورد کرده بودید که اگر داخل دایره $\bigcirc$ عدد مشخصی قرار می دادیم ، به یک رابطه درست و به اصطلاح **تساوی عددی** (مانند : $۵۴ = ۶ \times ۹$) می رسیدیم. حال اگر به جای دایره $\bigcirc$ از حروف انگلیسی به عنوان متغیر استفاده کنیم ، یک **تساوی جبری** بدست می آید ، مانند : $۵۴ = ۶x$ یا $۱۸ = ۲(n + ۳)$.

* معادله

معادله یک **تساوی جبری** است که به ازای بعضی عدد ها ، به یک **تساوی عددی** تبدیل می شود. برای مثال تساوی های جبری $۴a = ۲۰$ و یا $۱۳ = ۵x - ۲$ معادله هستند ، اما تساوی جبری $x + ۲ = x + ۲$ معادله نیست چون به ازای همه اعداد تساوی عددی برقرار می شود نه به ازای بعضی اعداد. بنابراین هر تساوی جبری همیشه یک معادله نیست.

* اجزای یک معادله

هر معادله از سه قسمت تشکیل شده است :

الف) مجهول (متغیر)

ب) ضریب (عدد کنار متغیر)

پ) معلوم (عدد بدون متغیر)

مثال) در معادله $۱۳ = ۵x - ۲$ ، x مجهول یا متغیر می باشد ، ۵ ضریب می باشد و -۲ و ۱۳ معلوم ها می باشند.

مثال) در معادله $۸ = ۲(-۳x + ۵)$ ، مجهول ، ضریب و معلوم ها را مشخص کنید.

* حل معادله

منظور از حل کردن یک معادله ، **یافتن** مقدار عددی مجهول است ، که به آن **جواب معادله** نیز می گویند. در واقع باید عددی را پیدا کنیم که به ازای آن ، تساوی جبری تبدیل به تساوی عددی می شود.

نکته : بعضی از معادله ها **تنها یک جواب دارند** و بعضی از معادله ها **ممکن است چند جواب داشته باشند** و بعضی از معادله ها نیز ممکن است **اصلاً جواب نداشته باشند** ، یعنی به ازای هیچ عددی ، تساوی عددی برقرار نمی شود.

* انواع روش حل معادله

الف) راهبرد حدس و آزمایش

بعضی از معادله های ساده با راهبرد حدس و آزمایش که در فصل اول کتاب یاد گرفتید ، حل می شوند و به جواب می رسیم.

مثال) معادله های زیر را از طریق حدس و آزمایش حل کنید و به جواب برسید.

۱) $4(x - 3) = -4$

۲) $a.a = 16$

(ب) روش جبری

روش اول برای بسیاری از معادله ها مناسب **نیست** و باید از **روش مناسب تری** استفاده کنیم. برای حل یک معادله به نکات زیر توجه کنید :

الف) اگر به دو طرف یک تساوی عددی ، عدد دلخواهی را **اضافه** یا **کم** کنیم ، باز هم **تساوی عددی برقرار است**. مانند :

$$\begin{array}{lcl} 6 = 6 & & 5 = 5 \\ 6 - 2 = 6 - 2 & , & 5 + 4 = 5 + 4 \\ 4 = 4 & & 9 = 9 \end{array}$$

پس اگر $a = b$ و c عددی دلخواه باشد ، آنگاه روابط زیر را داریم :

$$a + c = b + c$$

$$a - c = b - c$$

ب) اگر دو طرف یک تساوی عددی را در عدد دلخواهی **ضرب** یا بر عدد دلخواهی (غیر از صفر) **تقسیم** کنیم ، باز هم **تساوی عددی برقرار است**.

مانند :

$$\begin{array}{lcl} 4 = 4 & & 40 = 40 \\ 4 \times 7 = 4 \times 7 & , & \frac{40}{10} = \frac{40}{10} \\ 28 = 28 & & 4 = 4 \end{array}$$

پس اگر $a = b$ و c عددی دلخواه باشد ، آنگاه روابط زیر را داریم :

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{c} \quad (c \neq 0)$$

$$a \times c = b \times c \rightarrow ac = bc$$

نکته : با استفاده از دو نکته قبل ، برای حل یک معادله سعی می کنیم **مجهول های معادله** را در **سمت چپ تساوی** و **مقدار های معلوم** را نیز در **سمت راست تساوی** قرار دهیم و معادله را حل کنیم.

۱) $6a + 2 = 20$

۲) $4x - 5 = 2x$

ب) ادامه روش جبری

برای اینکه جواب معادله را سریعتر بدست آوریم ، می توانیم از روش خلاصه تری استفاده کنیم. برای این کار مراحل زیر را طی می کنیم :

الف) جمله های دارای مجهول را به سمت چپ و عدد های معلوم را به سمت راست تساوی منتقل می کنیم. هنگام جابجایی هر جمله از یک طرف به طرف دیگر تساوی ، باید آن جمله را قرینه کنیم.

ب) هر طرف تساوی را تا حد امکان ساده می کنیم.

پ) طرف معلوم تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم تا جواب مجهول بدست آید.

نکته : گاهی لازم است قبل از شروع حل معادله ، عبارت جبری داده شده را ساده کنیم سپس اقدام به حل معادله کنیم.

۱) $6a + 2 = 20$

۲) $4x - 5 = 2x$

۳) $3(3x - 4) = -3(x - 5) + 3$

۴) $2x - 3(x + 1) - 4x + 13 = 0$

۵) $4(x - 3) = 2(1 \cdot x - 1) + 2(2x)$

۱) $2b + 6 = 18$

۲) $t - 3 = 10$

۳) $3k = 21$

۴) $4d + 18 = 2d - 10$

۵) $-3x + 4 = -8$

۶) $-8x - 14 = 5x + 1$

۷) $x + 10 = 2$

۸) $6x = -60$

۹) $4x + 7 = 43$

۱۰) $9x - 3 = 51$

۱۱) $4x + 5 = -11$

۱۲) $5x + 10 = 3x$

۱۳) $4x = 7x - 12$

۱۴) $10x + 5 = 3x + 19$

۱۵) $3(2x - 4) = -(x + 6) - 7x$

* امتحان کردن جواب معادله

برای اطمینان از درستی جواب معادله ، می توان جوابی که بدست آوردیم را به جای مجهول جای گذاری کنیم. اگر یک تساوی عددی درست بدست آمد ، یعنی جوابی که پیدا کرده ایم درست است ، در غیر این صورت جواب اشتباه است.

مثال) آیا $x = 4$ جواب معادله $\frac{x-3}{2} - \frac{x-3}{3} = \frac{1}{6}$ است؟ چرا؟

مثال) آیا $x = -3$ جواب معادله $x \cdot x - 4 = 2$ است؟ چرا؟

تمرین آیا $x = -3$ جواب معادله $\frac{x-2}{3} = \frac{x+1}{5}$ است؟ چرا؟

تمرین آیا $x = -8$ جواب معادله $x(x+8) = 0$ است؟ چرا؟

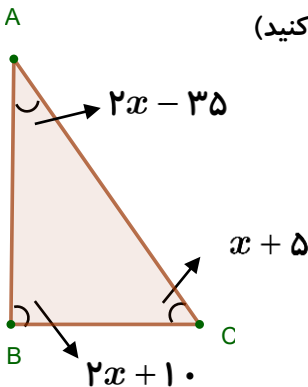
* حل مسئله به کمک معادله

راهبرد روش نمادین در فصل اول را به یاد بیاورید. اگر در این روش (راهبرد) از حروف انگلیسی به عنوان **متغیر** استفاده کنیم، مسئله تبدیل به یک **معادله** می شود. برای این کار ابتدا **مجهول را با یک متغیر (حرف) معرفی می کنیم** و سپس عبارت کلامی داده شده در سوال را به صورت **عبارت جبری** می نویسیم و یک معادله تشکیل می دهیم. سپس معادله بدست آمده را حل می کنیم تا مسئله حل شود.

مثال پنج برابر عددی را با سه جمع کرده ایم. حاصل ۳۸ شده است. آن عدد چیست؟ (از طریق تشکیل معادله حل کنید)

مثال سه عدد طبیعی متوالی پیدا کنید که مجموع آن ها ۳۹ باشد. (از طریق تشکیل معادله حل کنید)

مثال در مثلث زیر اندازه هر زاویه را بدست آورید و نوع مثلث را مشخص کنید. (از طریق تشکیل معادله حل کنید)



تمرین علی برای خرید سه بستنی ۱۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۱۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر بستنی چقدر بوده است؟ (از طریق تشکیل معادله حل کنید)

تمرین مجموع عددی با نصف خودش برابر با ۱۵ شده است. آن عدد را به کمک تشکیل معادله پیدا کنید.

تمرین هنگام تولد حسین ، پدرش ۳۴ ساله بود. اگر حالا مجموع سن آن ها ۶۲ سال باشد. سن حسین چقدر است؟

تمرین طول و عرض مستطیلی را پیدا کنید که محیط آن ۴۰ سانتی متر باشد. (از طریق تشکیل معادله حل کنید)

تمرین باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه داشت. او تعدادی از گل ها را در باغچه ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان کاشت و در آخر هم ۴ گل اضافه آورد. او به طور متوسط در هر متر مربع چند گل بنفشه کاشته است؟ (از طریق تشکیل معادله حل کنید).

از یادگیری مفاهیم تا تسلط بر حل مسئله



این کتاب مناسب چه کسانی است؟

- ✓ دانش‌آموزان پایه هفتم
- ✓ دانش‌آموزانی که می‌خواهند ریاضی را مفهومی یاد بگیرند.
- ✓ دانش‌آموزانی که در حل مسئله و تمرین نیاز به تسلط بیشتر دارند.
- ✓ دانش‌آموزانی که برای آزمون‌ها و امتحانات مدرسه آماده می‌شوند.



ویژگی‌های کتاب

- درسنامه جامع، روان و قابل فهم
- مثال‌های آموزشی گام به گام
- تمرین‌های طبقه‌بندی شده از آسان تا پیشرفته
- مناسب برای یادگیری در کلاس و مطالعه شخصی



درباره مجموعه «آموزش جامع ریاضی»

این مجموعه با هدف آموزش مفهومی ریاضی و تقویت مهارت حل مسئله طراحی شده است. مطالب هر فصل به صورت مرحله به مرحله آموزش داده شده و با مثال‌ها و تمرین‌های متنوع، مسیر یادگیری دانش‌آموز را از فهم مفاهیم تا تسلط بر حل مسائل تکمیل می‌کند.

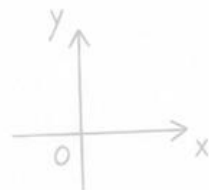


کانال آموزشی «پیچ و خم ریاضی»



برای مشاهده تدریس کامل
مباحث این کتاب،
QR Code را اسکن کنید.

آپارات



$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$f(x) = ax + b$$

$$\frac{a}{b}$$